Module Description, available in: EN, FR

Partial differential equations in engineering applications

General Information

Number of ECTS Credits

3

Module code

FTP_PartDiff

Valid for academic year

2024-25

Last modification

2021-02-05

Coordinator of the module

Andreas Müller (OST, andreas.mueller@ost.ch)

Explanations regarding the language definitions for each location:

- Instruction is given in the language defined below for each location/each time the module is held.
- Documentation is available in the languages defined below. Where documents are in several languages, the percentage distribution is shown (100% = all the documentation).
- The examination is available 100% in the languages shown for each location/each time it is held.

	Lausanne			Lugano	Zurich		
Instruction		**X** F 100%			**X** E 100%		
Documentation		**X** F 70%	**X** E 30%		**X** E 100%		
Examination		**X** F 100%			**X** E 100%		

Module Category

FTP Fundamental theoretical principles

Profile Recommendations

This module is recommended for the following profiles:

	Lausanne	Zurich
Profile	ElE, EnEn	CE, EnEn, Pho

Lessons

2 lecture periods and 1 tutorial period per week

Entry level competences

Prerequisites, previous knowledge

The course links topics well known from bachelor mathematics courses and extends them, in particular linear algebra, analysis and numerical mathematics. Expected competences: Linear algebra: systems of equations, matrices, numerical methods Analysis: partial derivatives, gradient, concept of ordinary differential equation, linear differential equations, separable differential equation, concept of fourier series.

Brief course description of module objectives and content

Foundations of the theory of partial differential equations relevant in engineering applications and their numerical solution.

Aims, content, methods

Learning objectives and competencies to be acquired

The student knows the basic geometric, analytic and numeric aspects of partial differential equations. He/she knows the basic methods to successfully solve partial differential equations analytically and numerically as well as a set of typical examples that allow to better understand the theoretical concepts.

Module content with weighting of different components

Part 1: General theory

Goals of part 1:

- understand how partial differential equations naturally appear in applications
- be able to solve selected examples using the separation method
- understand the kinds of boundary conditions necessary, Dirichlet and Neumann boundary conditions
- create a collection of examples to illustrate the basic theoretical principles

Lesson plan for part 1:

1. From ordinary to partial differential equations: three applied examples: wave equation, Laplace equation and heat equation. Goal: understand how partial differential equations naturally appear in applications
2. Quasilinear partial differential equations of first order, solutions using characteristics.
3. Solution of partial differential equations using separation of variables.
4. Solution of partial differential equations using the Laplace- or Fourier-transforms.
5. Elliptic partial differential equation with the Laplace equation as the prime example. Poisson formula, maximum principle, uniqueness of solutions.
6. Parabolic differential equations with the heat equation as prime example. Maximum principle and kernel function, Green's function.
7. Hyperbolic partial differential equations with the wave equation as prime example. d'Alembert solution and method of characteristics.

Part 2: Numerical methods for partial differential equations

1. Analysis of finite difference methods in the example of the two point boundary problem:
    - condition
    - stability

   Analysis of finite difference methods in the model problem transport equation.
   Goal: understand some central ideas and concepts of the analysis of numerical methods in general and finite difference methods in particular.
2. Finite volume methods for the Poisson-equation:
    - Example of a cell centered finite volume difference method
    - Example of a node centered finite volume element method

   Boundary elements for the Laplace equation.ıkes
   Goal: construct a collection of numerical methods that represent the broadness of possible approximation techniques.
3. Finite element method in the example of the stationary heat equation:
    - differential, variational and integral formulation
    - global and local ansatz functions
    - elements and element types
4. General perspective: weighted residues.
   Goal: concise introduction into the methodology of finite elements.
5. Problems of finite element methods in the example of the beam equation. Solution strategies and their numerical background:
    - p-strategies
    - h-strategies

   Example based introduction to adaptive step size control.
   Goal: show limitations of finite element methods
6. Finite elements in the example of the nonstationary heat equation:
    - semidiscrete schemata
    - completely discrete schemata
7. Eigenvalue determination using finite elements in the example of the beam oscillation equation.
   Goal: illustrate additional fields of application for finite elements.

This module does not intend to teach the use of any particular software product for the solution of partial differential equations. Instead it strives to teach the foundations for their successful use. The students should become capable to judge the potential and limitations of such a software system und the precision and reliability of the results that can be expected from such a system.

Teaching and learning methods

Literature

Assessment

Certification requirements

Module does not use certification requirements

Basic principle for exams

As a rule, all standard final exams are conducted in written form. For resit exams, lecturers will communicate the exam format (written/oral) together with the exam schedule.

Standard final exam for a module and written resit exam

Kind of exam

Written exam

Duration of exam

120 minutes

Permissible aids

Aids permitted as specified below:

Permissible electronic aids

Pocket calculator

Other permissible aids

Summary of 10 pages size A4 for each part of the course (total 20 pages).

Special case: Resit exam as oral exam

Kind of exam

Oral exam

Duration of exam

30 minutes

Permissible aids

No aids permitted

Description du module, disponible en: EN, FR

Equations aux dérivées partielles dans l'ingénierie

Informations générales

Nombre de crédits ECTS

3

Code du module

FTP_PartDiff

Valable pour l'année académique

2024-25

Dernière modification

2021-02-05

Coordinateur/coordinatrice du module

Andreas Müller (OST, andreas.mueller@ost.ch)

Explications concernant les langues d'enseignement par site :

- Les cours se dérouleront dans la langue définie ci-dessous par lieu/exécution.
- Les documents sont disponibles dans les langues définies ci-dessous. Pour le multilinguisme, voir la répartition en pourcentage (100% = documents complets)
- L'examen est disponible à 100% dans chaque langue sélectionnée pour chaque lieu/exécution.

	Lausanne			Lugano	Zurich		
Leçons		**X** F 100%			**X** E 100%		
Documentation		**X** F 70%	**X** E 30%		**X** E 100%		
Examen		**X** F 100%			**X** E 100%		

Catégorie de module

FTP bases théoriques élargies

Recommandations de profil

Ce module est recommandé pour les profils suivants :

	Lausanne	Zurich
Profil	EIE, EnEn	CE, EnEn, Pho

Leçons

2 leçons et 1 leçon de pratique par semaine

Compétences préalables

Connaissances préalables, compétences initiales

Le cours permet de faire le lien avec les études de Bachelor et d'approfondir des théories mathématiques connues, et en particulier l'algèbre linéaire, l'analyse et la numérique. Des connaissances dans certains domaines constituent un prérequis et plus précisément :
Algèbre linéaire: systèmes d'équation, matrices, exercices numériques
Analyse: dérivées partielles, gradient, notion d'équations différentielles ordinaires, équations différentielles linéaires, équations différentielles à variables séparables, notion de la série de Fourier

Brève description du contenu et des objectifs

Principes de l'utilisation théorique et numérique d'équations aux dérivées partielles pertinentes pour l'ingénierie

Objectifs, contenus, méthodes

Objectifs d'apprentissage, compétences à acquérir

Les étudiants connaissent les aspects de base géométriques, analytiques et numériques des équations aux dérivées partielles et disposent d'un savoir élémentaire nécessaire pour assurer l'utilisation de celles-ci dans le domaine de l'ingénierie. Ils connaissent également une sélection d'exemples modèles facilitant l'approfondissement de la théorie.

Contenu des modules avec pondération du contenu des cours

Partie 1: Théorie des équations aux dérivées partielles

Objectifs de la 1ere partie:

- Comprendre comment les équations différentielles partielles apparaissent naturellement dans les applications
- Être capable de résoudre des exemples sélectionnés en utilisant la méthode de séparation
- comprendre les types de conditions aux limites nécessaires, les conditions aux limites de Dirichlet et Neumann
- créer une collection d'exemples pour illustrer les principes théoriques de base

Plan des lessons de la 1ere partie:

1. Des équations différentielles ordinaires aux dérivées partielles: trois exemples appliqués: équation d'onde, équation de Laplace et équation de chaleur. Objectif: comprendre comment les équations aux dérivées partielles apparaissent naturellement dans les applications
2. Equations aux dérivées partielles quasi-linéaires de premier ordre, solutions utilisant des caractéristiques.Résolution analytique par la méthode de séparation à l'aide d'exemples sélectionnés
3. Solution d'équations aux dérivées partielles en utilisant la séparation des variables.
4. Solutions avec les transformées de Laplace ou de Fourier
5. Equation elliptique à l'aide de l'équation de Laplace: formule de Poisson, principe du maximum et unicité de la solution
6. Equations paraboliques expliquées à l'aide de l'équation de la chaleur: principe du maximum, fonction fondamentale
7. Equations hyperboliques expliquées à l'aide de l'équation d'onde: solutions d'Alembert, méthode des caractéristiques

Partie 2: Calcul numérique des équations aux dérivées partielles

1. Analyse des méthodes des différences finies à l'aide d'un problème de conditions aux limites (deux paramètres)
    - Analyse de condition
    - Analyse de stabilité

   Analyse des méthodes des différences finies à l'aide du problème de l'équation de transport
   L'objectif consiste à expliciter certaines des idées et des notions centrales de l'approche numérique en général et des différences finies en particulier.
2. Méthode de volumes finis expliquée à l'aide de l'équation de Poisson:
    - exemple d'une approche volumes finis/différences finies par la méthode centrée aux cellules
    - exemple d'une approche aux volumes/éléments finis par la méthode centrée aux nœuds

   Méthode des éléments aux limites expliquée à l'aide de l'équation de Laplace
   L'objectif consiste à avoir une sélection de méthodes numériques permettant de saisir l'importance des approches approximatives.
3. Méthode des éléments finis expliquée à l'aide de l'équation de la chaleur stationnaire
    - formulations différentielles, variationnelles et intégrales
    - approches globales et locales
    - éléments et types d'éléments
4. Une vue d'ensemble: résidus pondérés.
   L'objectif consiste à présenter une introduction concise à la méthodologie des éléments finis.
5. Problématiques des méthodes des éléments finis expliquées à l'aide de l'équation des poutre:
   Quelques stratégies de résolution ainsi que leur arrière-plan numérique:
    - stratégies p
    - stratégies h

   Exemple d'introduction au contrôle des intervalles
   L'objectif consiste à illustrer les limites de la méthodologie des éléments finis.
6. Méthode des éléments finis expliquée à l'aide de l'équation de la chaleur instationnaire
    - schémas semi-discrets
    - schémas discrets
7. Détermination de la valeur propre par les éléments finis à l'aide de l'équation des poutres
   L'objectif consiste à présenter d'autres domaines d'application de la méthode des éléments finis.

L'objectif de ce module ne consiste pas à former l'étudiant à l'utilisation d'un quelconque logiciel de traitement des équations aux dérivées partielles. Il s'agit en revanche de lui transmettre les principes de base permettant une utilisation réussie de ces outils. Le but est donc de permettre aux étudiants de comprendre les différentes possibilités offertes par un tel logiciel et ses conséquences en termes de fiabilité et de précision des solutions obtenues.

Méthodes d'enseignement et d'apprentissage

Bibliographie

Evaluation

Conditions d'admission

Le module n'utilise pas de conditions d'admission.

Principe pour les examens

En règle générale, tous les examens réguliers de fin de module se déroulent sous forme écrite. Concernant les examens de répétition, leur format (écrit ou oral) sera communiqué par l'enseignant-e en même temps que le calendrier des examens.

Examen de fin de module régulier et examen écrit de répétition

Type de l'examen

Examen écrit

Durée de l'examen

120 minutes

Aides autorisées

Les aides suivantes sont autorisées:

Aides électroniques autorisées

Calculatrice

Autres aides autorisées

Résumé de 10 pages A4 pour chaque partie du cours (20 pages au total)

Cas spécial: examen de répétition oral

Type de l'examen

Examen oral

Durée de l'examen

30 minutes

Aides autorisées

Sans aides