

## Description du module

# Equations aux dérivées partielles dans l'ingénierie

**Généralités****Nombres de crédits ECTS**

3

**Sigle du module**

FTP\_PartDiff

**Version**

19.02.2015

**Responsable du module**

Andreas Müller, FHO

**Langue**

	Lausanne	Berne	Zurich
Enseignement	<input type="checkbox"/> E <input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E
Documentation	<input type="checkbox"/> E <input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E
Questions d'examen	<input type="checkbox"/> E <input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E <input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E

**Catégorie du module**

- Bases théoriques élargies
- Approfondissement technique et scientifique
- Modules de savoirs contextuels

**Périodes**

- 2 périodes d'enseignement frontal et une période d'exercice par semaine
- 2 périodes d'enseignement frontal par semaine

**Breve description /Explication des objectifs et du contenu du module en quelques phrases**

Principes de l'utilisation théorique et numérique d'équations aux dérivées partielles pertinentes pour l'ingénierie

**Objectifs, contenu et méthodes****Objectifs d'apprentissage et compétences visées**

Les étudiants connaissent les aspects de base géométriques, analytiques et numériques des équations aux dérivées partielles et disposent d'un savoir élémentaire nécessaire pour assurer l'utilisation de celles-ci dans le domaine de l'ingénierie. Ils connaissent également une sélection d'exemples modèles facilitant l'approfondissement de la théorie.

**Contenu du module avec pondération des contenus d'enseignement****Partie 1: Théorie des équations aux dérivées partielles**

1. Equations différentielles ordinaires et équations aux dérivées partielles: trois exemples tirés des applications (équations d'onde, de Laplace et de la chaleur); représentation au moyen de coordonnées cartésiennes et polaires; objectif: comprendre comment les équations aux dérivées partielles se manifestent naturellement dans les applications

**Objectifs:**

- reconnaître la nécessité des conditions initiales et des conditions aux limites pour parvenir à la solution; discussion sur les conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann
  - constituer une sélection d'exemples permettant d'illustrer les considérations théoriques ci-dessous
2. Equations de premier ordre, caractéristiques
  3. Résolution analytique par la méthode de séparation à l'aide d'exemples sélectionnés
  4. Solutions avec les transformées de Laplace ou de Fourier
  5. Equation elliptique à l'aide de l'équation de Laplace: formule de Poisson, principe du maximum et unicité de la solution
  6. Equations paraboliques expliquées à l'aide de l'équation de la chaleur: principe du maximum, fonction fondamentale
  7. Equations hyperboliques expliquées à l'aide de l'équation d'onde: solutions d'Alembert, méthode des caractéristiques

**Partie 2: Calcul numérique des équations aux dérivées partielles**

1. Analyse des méthodes des différences finies à l'aide d'un problème de conditions aux limites (deux paramètres)
  - Analyse de condition
  - Analyse de stabilité

- Analyse de convergence

Analyse des méthodes des différences finies à l'aide du problème de l'équation de transport

L'objectif consiste à expliciter certaines des idées et des notions centrales de l'approche numérique en général et des différences finies en particulier.

2. Méthode de volumes finis expliquée à l'aide de l'équation de Poisson:
  - exemple d'une approche volumes finis/différences finies par la méthode centrée aux cellules
  - exemple d'une approche aux volumes/éléments finis par la méthode centrée aux nœuds
  - Caractéristiques de Navier-Stokes

3. Méthode des éléments aux limites expliquée à l'aide de l'équation de Laplace

L'objectif consiste à avoir une sélection de méthodes numériques permettant de saisir l'importance des approches approximatives.

4. Méthode des éléments finis expliquée à l'aide de l'équation de la chaleur stationnaire
  - formulations différentielles, variationnelles et intégrales
  - approches globales et locales
  - éléments et types d'éléments

Une vue d'ensemble: résidus pondérés

L'objectif consiste à présenter une introduction concise à la méthodologie des éléments finis.

5. Problématiques des méthodes des éléments finis expliquées à l'aide de l'équation des poutres

Quelques stratégies de résolution ainsi que leur arrière-plan numérique:

- stratégies p
- stratégies h
- stratégies r

Exemple d'introduction au contrôle des intervalles

L'objectif consiste à illustrer les limites de la méthodologie des éléments finis.

6. Méthode des éléments finis expliquée à l'aide de l'équation de la chaleur instationnaire
  - schémas semi-discrets
  - schémas discrets

Détermination de la valeur propre par les éléments finis à l'aide de l'équation des poutres

L'objectif consiste à présenter d'autres domaines d'application de la méthode des éléments finis.

L'objectif de ce module ne consiste pas à former l'étudiant à l'utilisation d'un quelconque logiciel de traitement des équations aux dérivées partielles. Il s'agit en revanche de lui transmettre les principes de base permettant une utilisation réussie de ces outils. Le but est donc de permettre aux étudiants de comprendre les différentes possibilités offertes par un tel logiciel et ses conséquences en termes de fiabilité et de précision des solutions obtenues.

### Connaissances et compétences prérequis

Le cours permet de faire le lien avec les études de Bachelor et d'approfondir des théories mathématiques connues, et en particulier l'algèbre linéaire, l'analyse et la numérique. Des connaissances dans certains domaines constituent un prérequis et plus précisément :

Algèbre linéaire: systèmes d'équation, matrices, exercices numériques

Analyse: dérivées partielles, gradient, notion d'équations différentielles ordinaires, équations différentielles linéaires, équations différentielles à variables séparables, notion de la série de Fourier

### Mode d'évaluation

#### Conditions d'admission aux examens de fin de module (tests exigés)

Aucune

#### Examen écrit de fin de module

Durée de l'examen: 120 minutes

Moyens autorisés: Résumé de 10 pages A4 par chaque part, calculatrice